

Chapitre I

Modélisation du redresseur PWM triphasé

I.1. Introduction

Le développement croissant des applications de l'électronique de puissance conduit, dans certains secteurs industriels, à une prolifération de convertisseurs statiques. Aujourd'hui, le nombre de ces dispositifs raccordés aux réseaux électriques est en constante progression. Ces convertisseurs statiques apportent une plus grande souplesse et des économies d'énergie. Ils sont principalement destinés à la conversion et au traitement de l'énergie électrique entre une source (réseau électrique, générateurs synchrone ou asynchrone, batterie, renouvelable, ...) et une charge (charge passive, machines alternatives, réseau de bord, ...). Le traitement consiste en une modification des caractéristiques électriques liées à la forme d'onde de la source d'énergie électrique, dans l'objectif de l'adapter aux spécifications de la charge. En tenant compte des niveaux de puissance traités, cette modification doit être réalisée avec le meilleur rendement possible [5].

Un convertisseur statique est constitué d'un ensemble d'éléments passifs réactifs qui ne consomment pas de puissance active (inductances, condensateurs), utilisés comme moyens de filtrage ou de stockage intermédiaire d'énergie, et de composants semi-conducteurs utilisés comme interrupteurs de puissance pour gérer le transfert d'énergie. Le fonctionnement en régime de commutation de ces interrupteurs est la raison pour laquelle les convertisseurs statiques se comportent vis-à-vis de la source d'alimentation comme des charges non linéaires. Même si la topologie du convertisseur est généralement invariable, l'ouverture et la fermeture des interrupteurs provoquent un comportement à impédance variable par rapport à la source d'alimentation. Ainsi, les convertisseurs statiques absorbent des courants non

sinusoïdaux et pour la plupart consomment de la puissance réactive ce qui pose de nombreux problèmes aux réseaux électriques [5].

Les perturbations électriques (en courant et en tension) conduites par les lignes d'alimentation dont l'origine se trouve dans le comportement non linéaire de ces dispositifs. Elles peuvent être classées, suivant la fréquence, en deux familles ; [5-6]

- perturbations conduites haute fréquence (supérieure à 2 kHz) qui peuvent être atténuées par les lignes de distribution;
- perturbations conduites basse fréquence (inférieure à 2 kHz) dont les différentes techniques de contrôle tentent de les minimiser.

Dans la première partie de ce chapitre, nous étudierons de façon générale les caractéristiques des perturbations électriques. Plus précisément les perturbations de courant.

Dans la deuxième partie, nous présenterons la modélisation du redresseur et nous comparerons des solutions de compensation de ces perturbations (harmoniques de courant) généralement proposées dans la littérature.

I.2. Qualité de l'énergie électrique

La qualité de l'énergie est une notion assez large qui recouvre à la fois la qualité de la fourniture électrique, la qualité de l'onde de tension et la qualité des courants. Lorsque la tension est présente, les principaux phénomènes pouvant l'affecter sont d'une part les variations lentes : creux de tension, surtensions, coupures, déséquilibres et d'autre part des variations rapides : surtensions transitoires, flicker ainsi que les harmoniques. La qualité des courants reflète par contre la possibilité des charges à fonctionner sans perturber ni réduire l'efficacité du système de puissance. C'est pourquoi certains considèrent que la qualité de l'électricité se réduit à la qualité de la tension.

La qualité de l'alimentation électrique ou qualité de l'onde fait référence à la mesure du degré de conformité d'une source d'alimentation électrique par rapport à un certain nombre de critères ou de normes à caractère quantitatif et absolu. L'énergie électrique est délivrée sous forme d'un système triphasé de tensions sinusoïdales. Les paramètres caractéristiques de ce système sont les suivants :

- la fréquence;
- l'amplitude ;
- la forme d'onde qui doit être sinusoïdale ;
- la symétrie du système triphasé, caractérisée par l'égalité des modules des trois tensions et de leurs déphasages relatifs.

Tout phénomène physique affectant une ou plusieurs de ces caractéristiques peut être considéré comme perturbation. En pratique, ces perturbations sont classées selon la durée du phénomène. Ainsi, il est possible de distinguer [2]:

- les altérations de l'onde de tension (harmoniques, déséquilibre, flicker). Ces phénomènes sont permanents ou durent au minimum plusieurs minutes ;
- les creux de tension et coupures brèves d'une durée de l'ordre d'une à quelques secondes ;
- les surtensions transitoires, de durée inférieure à une période [2].

Dans ce qui suit nous nous restreindrons à la présentation des perturbations provoquées par les harmoniques ainsi que leurs conséquences néfastes sur le réseau électrique.

I.3. Problématique des harmoniques

La problématique des harmoniques dans le réseau électrique, également appelée pollution harmonique, n'est pas un phénomène nouveau. Néanmoins, du fait que de plus en plus de charges non linéaires se connectent au réseau, la problématique des harmoniques est devenue très répandue. Les charges non linéaires provoquent une distorsion des courants et donc des tensions, ce qui peut entraîner un mauvais fonctionnement des dispositifs raccordés au réseau. D'où, l'intérêt d'éliminer ou de minimiser ces harmoniques.

Un récepteur d'énergie est considéré par le réseau électrique comme une charge perturbatrice s'il absorbe des courants non sinusoïdaux ou des courants déséquilibrés ou s'il consomme de la puissance réactive. Les deux premiers types de perturbations peuvent déformer ou déséquilibrer les tensions du réseau lorsque l'impédance de celui-ci n'est pas négligeable. Le troisième réduit la capacité de production ou de transmission de la puissance active des générateurs, des transformateurs et des lignes électriques.

Les harmoniques de courant, une fois injectés par des charges non linéaires, se propagent à travers le réseau électrique en affectant la forme d'onde des tensions aux différents points du réseau. Cette propagation n'est limitée que par les bifurcations (points de division des courants) et les impédances du réseau qui dépendent généralement de la fréquence des courants harmoniques. La présence des harmoniques de courant se révèle essentiellement à travers leurs effets sur la tension du réseau [6].

I.4. Perturbations harmoniques de courant

I.4.1. Origine des harmoniques

La prolifération des équipements électriques utilisant des convertisseurs statiques a entraîné ces dernières années une augmentation sensible du niveau de la pollution harmonique

des réseaux électriques. Ces équipements électriques sont considérés comme des charges non linéaires émettant des courants harmoniques dont les fréquences sont des multiples entiers de la fréquence fondamentale, ou parfois à des fréquences quelconques. Le passage de ces courants harmoniques dans les impédances du réseau électrique peut entraîner des tensions harmoniques aux points de raccordement et alors polluer les consommateurs alimentés par le même réseau électrique [2].

Les différents secteurs industriels concernés sont aussi bien du type secondaire (utilisation des gradateurs, des redresseurs, des variateurs de vitesse...), que du type tertiaire (informatique ou éclairage dans les bureaux, commerces,...) ou domestique (téléviseurs, appareils électroménagers en grand nombre).

I.4.2. Conséquences des harmoniques

Les courants et les tensions harmoniques ont des effets néfastes sur le fonctionnement, la rentabilité et la durée de vie des équipements électriques. Bien que les susceptibilités des différents équipements et appareils électriques, raccordés à un réseau pollué, soient très diversifiés, on distingue deux sortes d'effets possibles : [5-6-4]

- **effets quasi-instantanés** : concernent certains types d'appareillage, tels que l'électronique de puissance, calculateurs, relais, systèmes de contrôle et régulation,...etc. La présence des harmoniques sur le réseau provoque le déplacement du passage par zéro et des modifications de la valeur crête de l'onde ;
- **effets à terme** : se rapportent essentiellement aux machines tournantes, aux transformateurs et aux condensateurs, ce qui se manifeste par des échauffements supplémentaires et l'augmentation du niveau sonore. Il en découle la destruction de matériel ou plus fréquemment une diminution de leur durée de vie par surcharge thermique.

La liste suivante donne une idée de l'impact des harmoniques sur certains équipements à usage fréquent qui font partie intégrante du réseau électrique, tels que les :

- **alternateurs** : pertes supplémentaires dans les enroulements statoriques et dans les amortisseurs liées à l'augmentation de la valeur efficace du courant absorbé. Ces pertes provoquent un échauffement supplémentaire et réduisent également le rendement de ces machines ;
- **câbles électriques** : pertes Joule supplémentaires, surtout dans les câbles de retour du neutre où circulent les courants harmoniques homopolaires et corrosion des

câbles en aluminium sous l'effet de la circulation de courants harmoniques pairs associés à une composante continue . La présence des harmoniques dans le réseau diminue aussi la capacité de transport en puissance active des lignes ;

- **transformateurs** : ils sont les constituants les plus directement affectés par les courants harmoniques. Ces derniers produisent des pertes additionnelles dans les enroulements. Ces pertes ne sont pas seulement dues à l'effet Joule pelliculaire, mais aussi à des courants induits dans les bobinages, le noyau et les pièces métalliques par les composantes à hautes fréquences des champs de fuite ;
- **moteurs à courant alternatif** : la déformation de la forme d'onde de la tension du réseau, due à l'interaction entre les courants harmoniques et l'impédance équivalente du réseau, influe sur le fonctionnement des machines électriques à courant alternatif en général et sur celui des moteurs asynchrones en particulier (pertes supplémentaires dans le fer et les enroulements et pulsation du couple) ;
- **condensateurs** : ils sont aussi très affectés par les courants harmoniques. Les condensateurs branchés en parallèle sur les réseaux pour la compensation de la puissance réactive (correction du facteur de puissance) ont des impédances d'autant plus faibles que la fréquence est élevée. Les courants harmoniques se superposent au courant fondamental et causent des pertes supplémentaires qui peuvent excéder la capacité thermique des condensateurs et réduire considérablement leur durée de vie. De plus, des phénomènes de résonance peuvent subvenir et soumettre les condensateurs à des surtensions, lesquelles sont susceptibles de les dégrader, voir de perforer leur isolation;
- **équipements à base d'électronique de puissance** : dysfonctionnement lié à la déformation de la tension qui peut créer des faux passages par zéro (perte de synchronisation) ;
- **ordinateurs** : troubles fonctionnels liés à la distorsion de la tension du réseau ;
- **réseaux de télécommunication** : génération de bruits importants liés au couplage électromagnétique entre les lignes de puissance et les circuits de communication. Dans des cas particuliers, surtout lors de résonances, une partie des réseaux de télécommunication peut être rendue inutilisable.

I.4.2.1. Echauffement

Les pertes totales par effet Joule sont la somme de celles du fondamental et des harmoniques :

$$p_i = Ri^2 = \sum_{h=0}^{\infty} Ri_h^2 \quad (I.1)$$

Avec i le courant total, i_h le courant harmonique de rang h qui représente le fondamental pour $h=1$, et R la résistance traversée par le courant i .

I.4.2.2. Interférence avec les réseaux de télécommunication

Le couplage électromagnétique entre les réseaux électriques et de télécommunication peut induire dans ces derniers des bruits importants. Dans le cas de résonances, une partie des réseaux de télécommunication peut être rendue inutilisable [3].

I.4.2.3. Défauts de fonctionnements de certains équipements électriques

En présence des harmoniques, tout appareil dont le fonctionnement est basé sur le passage par zéro des grandeurs électriques (appareils utilisant la tension comme référence) peut être perturbé [2].

I.4.2.4. Risque d'excitation de résonance

Lorsque des batteries de capacité sont raccordées au réseau pour relever le facteur de puissance; les fréquences de résonance peuvent devenir assez faibles, et coïncider ainsi avec celles des harmoniques engendrés par les convertisseurs statiques. Dans ce cas, il y aura des phénomènes d'amplification des harmoniques [3].

I.4.3. Caractéristiques des harmoniques

La perturbation harmonique est généralement caractérisée par le taux de distorsion harmonique (Total Harmonic Distortion, THD) défini pour la tension ou le courant. Ce critère est le plus souvent employé pour quantifier le contenu harmonique d'un signal distordu. Il mesure également le degré de déformation du signal apporté par les harmoniques par rapport à une onde sinusoïdale. Il va de soit que la répartition spectrale complète généralement l'information sur le THD en indiquant le rang des harmoniques dominants. Pour chiffrer la consommation de puissance réactive le facteur de puissance (FP) est généralement utilisé.

I.4.3.1. Taux de distorsion harmonique

Le courant absorbé par une charge non linéaire (convertisseur statique) n'est pas sinusoïdal, mais sa valeur moyenne sur chaque phase est souvent nulle. Dans ce cas, la décomposition en série de Fourier du courant donne :

$$i(t) = \sqrt{2}i_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + \sum_{h=2}^{\infty} \sqrt{2}i_h \cos(h\omega t + \alpha_h) \quad (I.2)$$

Avec : i_1, i_h : valeur efficace du courant fondamental et du courant harmonique de rang h ,
 α_1, α_h : déphasage du courant fondamental et du courant harmonique de rang h ,
 ω : pulsation fondamentale du réseau.

Le taux de distorsion harmonique de ce courant s'exprime sous la forme suivante :

$$THD_i = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} \frac{i_h^2}{i_1^2}} \quad (I.3)$$

Le taux de distorsion harmonique en tension, noté :

$$THD_v = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} \frac{v_h^2}{v_1^2}} \quad (I.4)$$

En général, les harmoniques pris en compte dans un réseau électrique sont inférieurs à 1750 Hz, ce qui correspond au domaine des perturbations basses fréquences au sens de la normalisation. Les harmoniques de fréquence plus élevée sont fortement atténués par la présence des inductances de lignes. De plus, les appareils générant des harmoniques ont, en grande majorité, un spectre d'émission inférieur à 1750 Hz, c'est la raison pour laquelle le domaine d'étude des harmoniques s'étend généralement de 100 à 1750 Hz, c'est-à-dire des rangs 2 à 35 [3].

I.4.3.2. Facteur de puissance

Normalement, pour un signal sinusoïdal le facteur de puissance est donné par le rapport entre la puissance active (P) et la puissance apparente (S). Les générateurs, les transformateurs, les lignes de transport et les appareils de contrôle et de mesure sont dimensionnés pour la tension et le courant nominaux. Une faible valeur du facteur de puissance se traduit par une mauvaise utilisation de ces équipements [7].

Soit $v(t)$ et $i(t)$ les expressions instantanées du courant et de la tension en régime non sinusoïdal.

$$v(t) = \sum_{h=1}^{\infty} \sqrt{2}v_h \cos(k\omega t + \alpha_h) \quad (I.5)$$

$$i(t) = \sum_{h=1}^{\infty} \sqrt{2} i_h \cos(k\omega t + \alpha'_h) \quad (I.6)$$

Le facteur de puissance est défini dans le cas général par le rapport de la puissance active sur la puissance apparente [8-9].

$$FP = \frac{P}{S} = \frac{\sum_{h=1}^{\infty} v_h i_h \cos \varphi_h}{\sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} v_h^2 \sum_{h=1}^{\infty} i_h^2}} \quad (I.7)$$

Dans le cas d'un réseau puissant délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace v_1 à travers une impédance de court-circuit nulle, on obtient alors :

$$FP = \frac{v_1 i_1 \cos \varphi_1}{v_1 \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} i_h^2}} \quad (I.8)$$

On définit la notion de la puissance déformante D permettant de rendre compte des harmoniques par:

$$D = v_1 \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} i_h^2} \quad (I.9)$$

Les puissances active et réactive définies pour la fréquence fondamentale étant respectivement :

$$P = v_1 i_1 \cos \varphi_1 \quad (I.10)$$

$$Q = v_1 i_1 \sin \varphi_1 \quad (I.11)$$

L'expression du facteur de puissance peut alors se mettre sous la forme suivante :

$$FP = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2 + D^2}} = \cos \varphi_1 \cos \gamma \quad (I.12)$$

Ainsi en régime non sinusoïdal, dans la figure (I.1), la puissance déformante diminue le facteur de puissance.

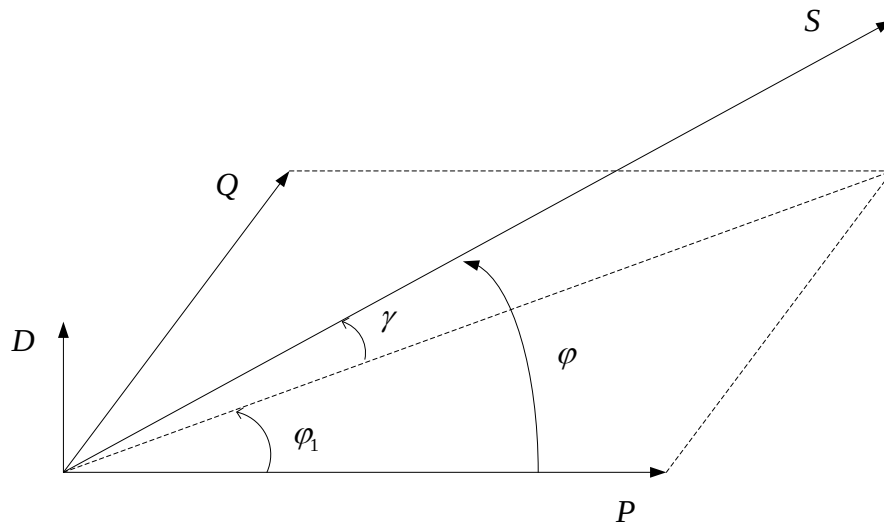


Figure (I.1) : Diagramme de Fresnel des puissances

I.4.4. Réglementation

Il est d'usage de dire que, dans les installations industrielles, les tensions harmoniques dont le *THD* est inférieur à 5% ne produisent pas d'effet notable. Entre 5% et 7% on commence à observer des effets, et pour plus de 10% les effets sont quasi certains [10].

I.5. Solutions de dépollution harmoniques des réseaux électriques

Contrairement aux redresseurs classiques, les redresseurs PWM sont réalisés à l'aide de semi-conducteurs commandés à l'ouverture et à la fermeture. La possibilité de commande à l'ouverture permet un contrôle total du convertisseur, parce que les interrupteurs peuvent être commutés, selon les besoins, aussi bien à la fermeture qu'à l'ouverture avec une fréquence assez élevée.

Il y a deux manières de mettre en application des redresseurs PWM ; comme redresseur à source de courant, et redresseur à source de tension.

I.5.1. Redresseur PWM triphasé de courant

Dans la structure de la figure (I.2), la source alternative triphasée associée au filtre *RL* se comporte comme un générateur de courant, et la source continue comme un générateur de tension. D'autre part, à la sortie on ajoute une capacité de filtrage pour rendre négligeable l'ondulation de la tension redressée. Les semi-conducteurs utilisés sont des semi-conducteurs commandables à l'ouverture et à la fermeture, tels que les *GTO* et les *IGBT*.

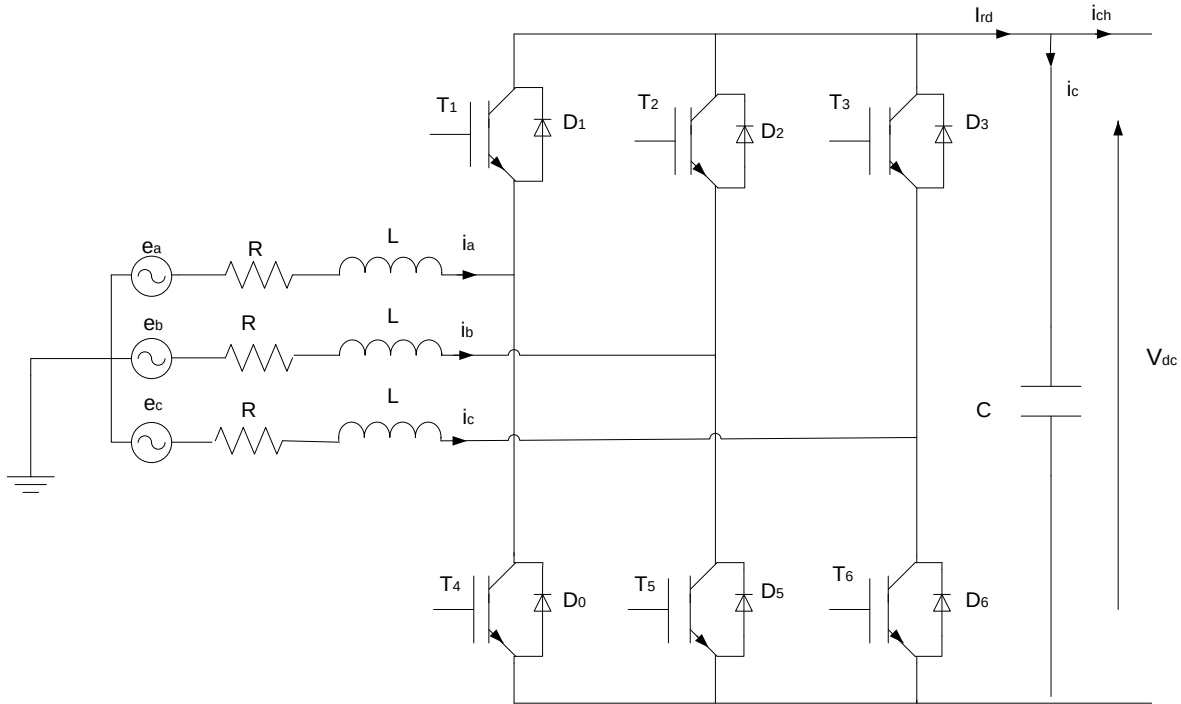


Figure (I.2) : Redresseur PWM de courant

I.5.2. Redresseur PWM triphasé de tension

Dans la structure de la figure (I-3), la source alternative triphasée associée au filtre *RLC* se comporte comme un générateur de tension, et la source continue comme un générateur de courant. D'autre part, pour que le redresseur débite un courant constant, on ajoute une inductance de lissage à la sortie de façon à lisser le courant redressé I_{rd} [11].

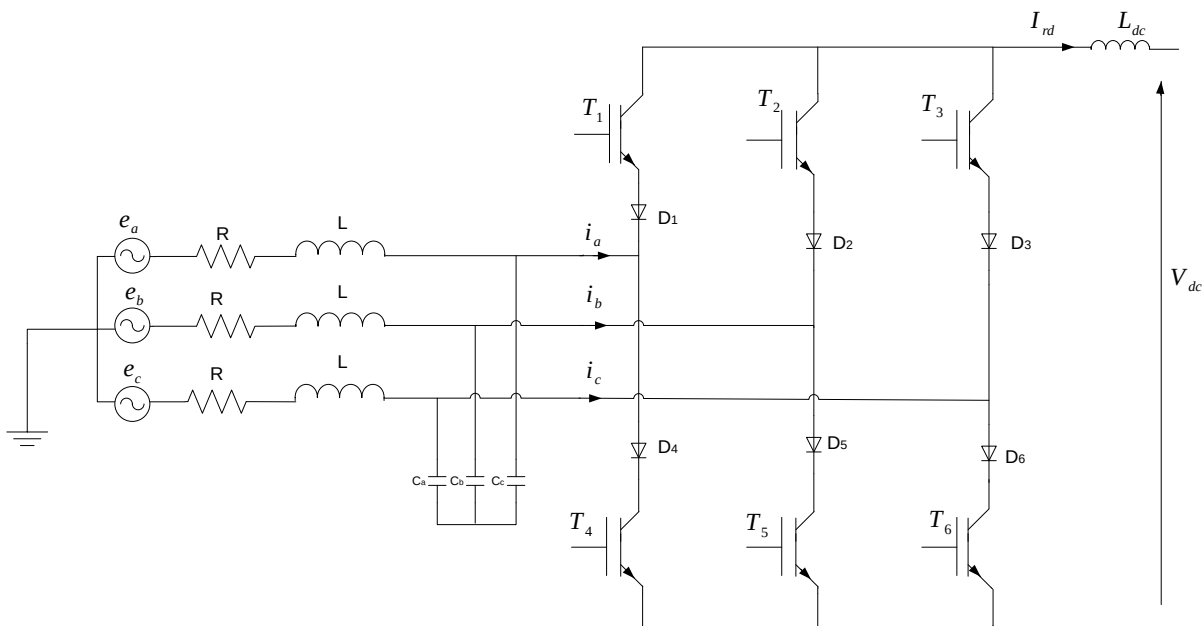


Figure (I.3) : Redresseur PWM de tension

I.5.3. Principe de fonctionnement

Le redresseur de tension fonctionne en gardant la tension du bus continu à une valeur de référence désirée, en utilisant une commande en boucle fermée. Afin d'accomplir cette tâche, la tension du bus continu V_{dc} est mesurée et comparée avec une référence $V_{dc- réf}$. De cette façon, la puissance peut s'écouler dans les deux sens selon les conditions sur la tension du bus continu V_{dc} mesurée aux bornes du condensateur C .

Quand le courant i_{ch} est positif (fonctionnement redresseur), le condensateur C est déchargé, et le signal d'erreur demande au bloc de commande de plus de puissance de la source alternative. Le bloc de commande prend la puissance de la source alternative en produisant un signal PWM approprié pour les six interrupteurs. De cette façon, un écoulement plus de courant de la source alternative au côté continu, et la tension de condensateur est récupérée. Inversement, quand i_{ch} devient négatif (fonctionnement onduleur), le condensateur C est surchargé, et le signal d'erreur demande au bloc de commande pour décharger le condensateur, et la puissance retourne à la source alternative.

La commande PWM non seulement peut contrôler la puissance active, mais également la puissance réactive, ce type du redresseur permet la correction du facteur de puissance. En outre, les formes d'onde des courants de la source peuvent être maintenues comme presque sinusoïdales, ce qui réduit la distorsion de la source.

Le Redresseur à PWM fournit :

- Un flux de puissance bidirectionnel ;
- Un courant de la source presque sinusoïdale ;
- Un réglage du facteur de puissance à l'unité ;
- Un bas THD ($< 5\%$) ;
- Un ajustement et une stabilité de la tension continue (ou le courant) ;
- Une réduction de la valeur de la capacité à cause de la continuité du courant ;

En outre, il peut fonctionner correctement avec une distorsion de la tension de ligne, et une variation de la fréquence d'alimentation.

I.6. Modélisation du redresseur PWM triphasé

I.6.1. Principe de fonctionnement

Le pont redresseur de la figure (I.4), est constitué de trois bras avec deux transistors (*IGBT*) bipolaires antiparallèle avec des diodes. Chaque paire transistor-diode est présentée comme un interrupteur commandable à l'ouverture et à la fermeture.

Les tensions du réseau sont données par le système triphasé suivant:

$$\begin{cases} e_a = E_m \cos(\omega t) \\ e_b = E_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ e_c = E_m \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{cases} \quad (\text{I.13})$$

Avec :

$E_m = \sqrt{2}E_{eff}$: Amplitude des tensions du réseau.

ω : Pulsation du réseau.

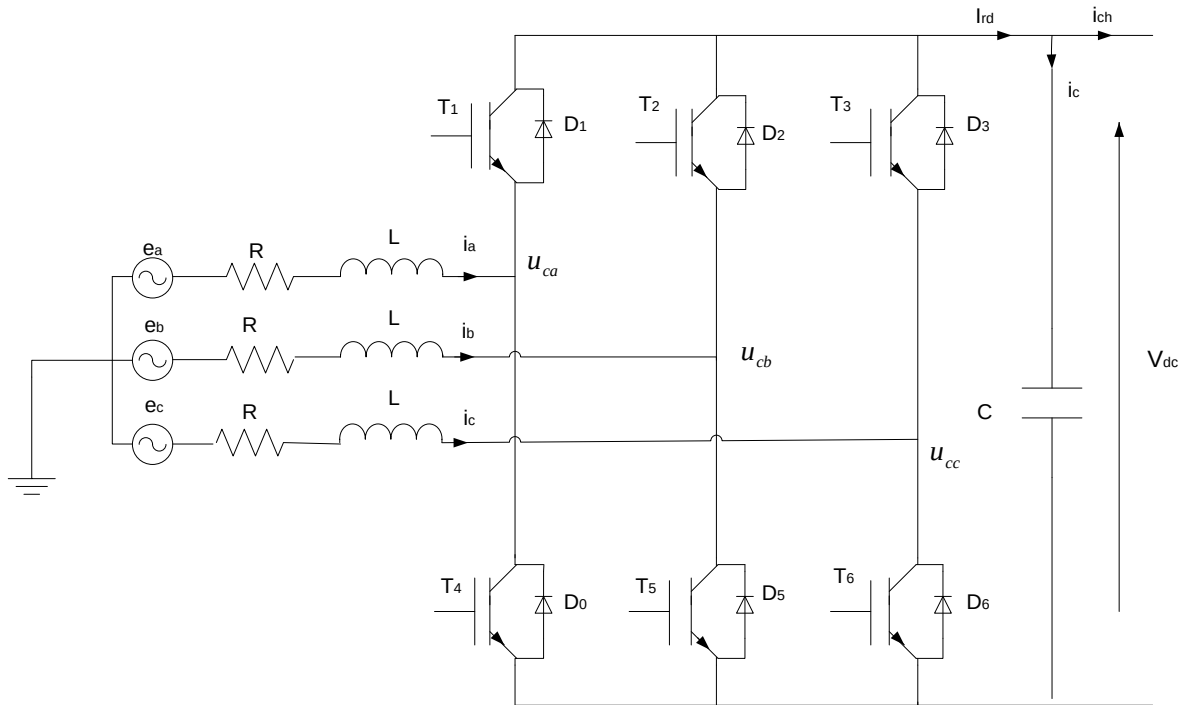


Figure (I.4) : Représentation d'un redresseur PWM triphasé

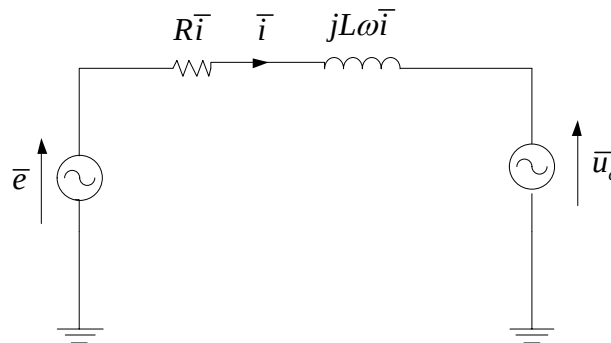


Figure (I.5) : Schéma équivalent d'une seule phase

Les inductances connectées entre l'entrée du redresseur et la ligne, sont une partie intégrée du circuit. Elles fournissent à la source et au redresseur les caractères d'une source de courant et un redresseur survolteur respectivement [12].

La figure (I.5) présente le schéma unifilaire d'un pont redresseur connecté au réseau. A noter que e désigne la tension de la source, R et L sont les paramètres de la ligne et u_c est la tension d'entrée du redresseur.

La chute de tension aux bornes de l'inductance est égale à la différence entre la tension e et la tension u_c . Cette dernière permet le contrôle le courant en phase et en amplitude. La valeur moyenne et le signe du courant redressé sont proportionnels à la puissance active conduite par le redresseur.

La puissance réactive peut être contrôlée indépendamment par le décalage du courant fondamental i , par rapport à la tension de ligne e .

La figure (I.6) présente le diagramme vectoriel du redresseur triphasé, dans le cas général et sous un facteur de puissance unitaire.

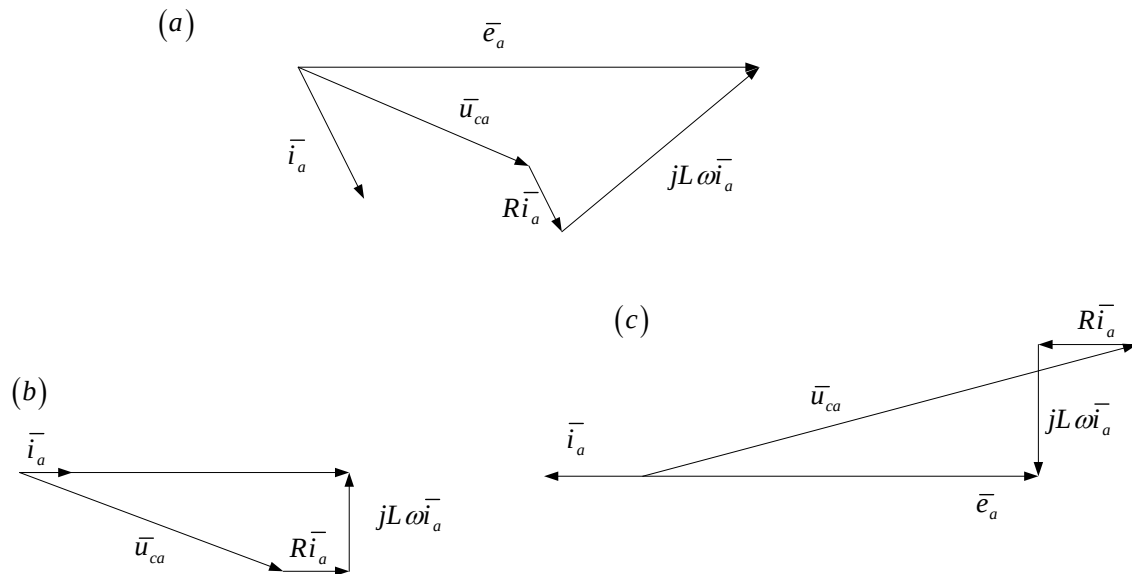


Figure (I.6) : Diagramme vectoriel du redresseur à PWM, Cas quelconque, b) Facteur de puissance unitaire, c) Facteur de puissance unitaire avec courant inverse,

Le tableau ci-dessous représente toutes les configurations possibles du convertisseur en fonction des ordres de commande (S_a , S_b et S_c) ainsi que les tensions simples à l'entrée du pont, pour une tension constante du bus continu (V_{dc}). Notons que les deux interrupteurs de chaque bras sont à commande complémentaire.

N°	S _a	S _b	S _c	u _{ca}	u _{cb}	u _{cc}
0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	2V _{dc} /3	-V _{dc} /3	- V _{dc} /3
2	1	1	0	V _{dc} /3	V _{dc} /3	-2 V _{dc} /3
3	0	1	0	- V _{dc} /3	2 V _{dc} /3	- V _{dc} /3
4	0	1	1	-2 V _{dc} /3	V _{dc} /3	V _{dc} /3
5	0	0	1	- V _{dc} /3	- V _{dc} /3	2 V _{dc} /3
6	1	0	1	V _{dc} /3	-2 V _{dc} /3	V _{dc} /3
7	1	1	1	0	0	0

Tableau (I.1) : Tensions simples en fonction des différents ordres de commande

Dans ce tableau, les tensions simples s'expriment en fonction des ordres de commande par l'équation (I.14) :

$$\begin{bmatrix} u_{ca} \\ u_{cb} \\ u_{cc} \end{bmatrix} = \frac{V_{dc}}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} \quad (\text{I.14})$$

Pour une combinaison des interrupteurs donnée, le vecteur obtenu dans le référentiel (α, β) représente l'un des vecteurs formant le polygone de commutation de la figure (I.7) :

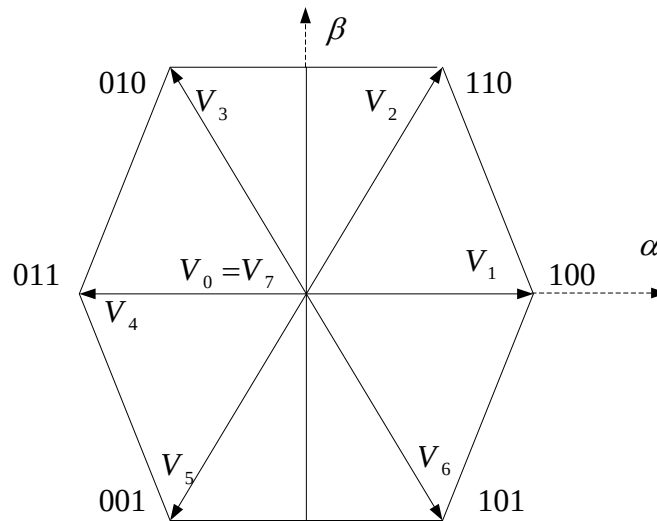
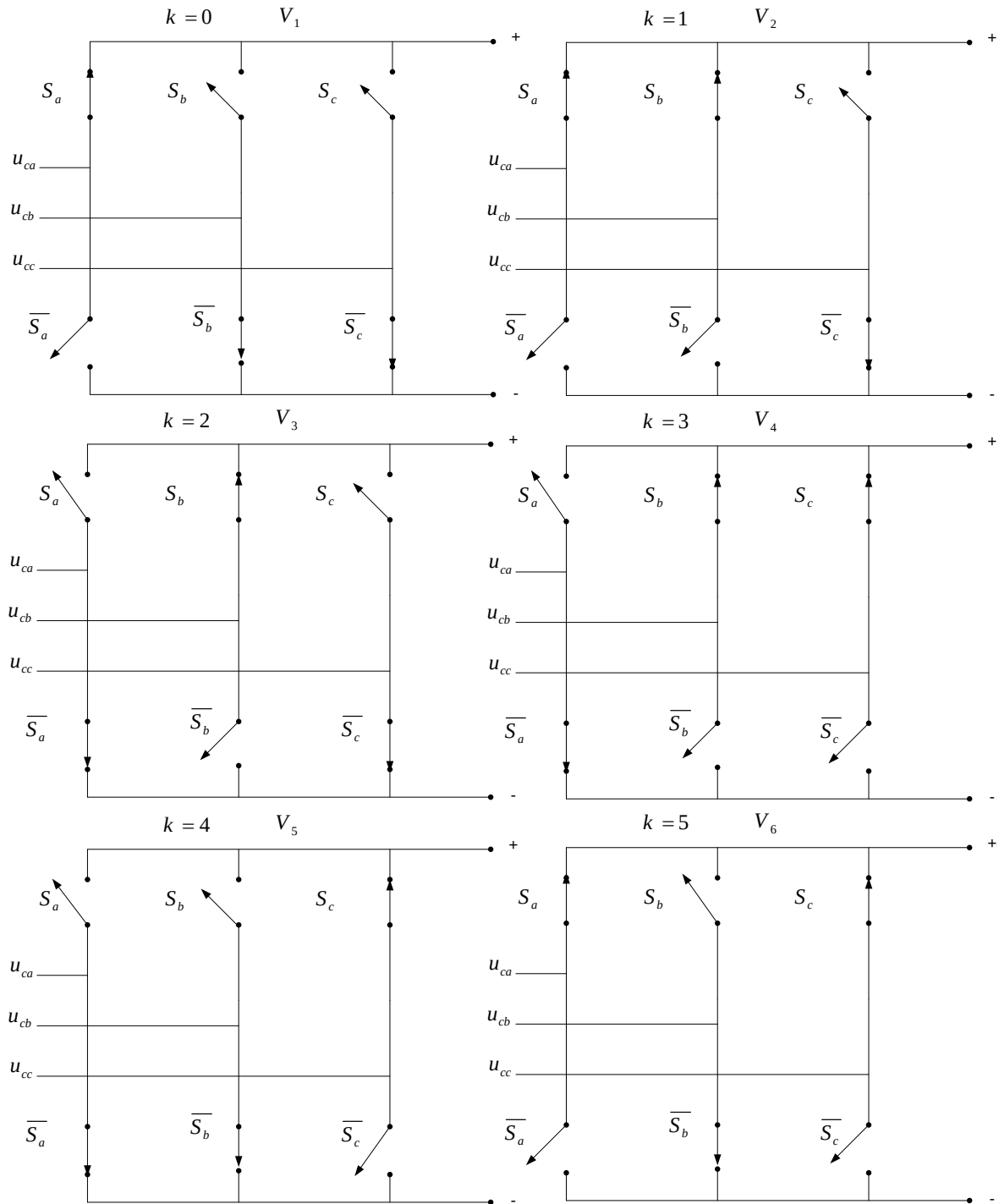


Figure (I.7) : Représentation du polygone de commutation

Le convertisseur peut être représenté par huit états de commutation possibles comme le montre la figure (I.8). Les six vecteurs actifs et les deux vecteurs nuls sont exprimés par l'équation suivante [12-13] :

$$V_{k+1} = \sqrt{\frac{2}{3}} V_{dc} e^{jk \frac{\pi}{3}} ; \text{ avec } k = 0, \dots, 5 \quad (\text{I.15})$$

Et $V_0 = V_7 = 0$



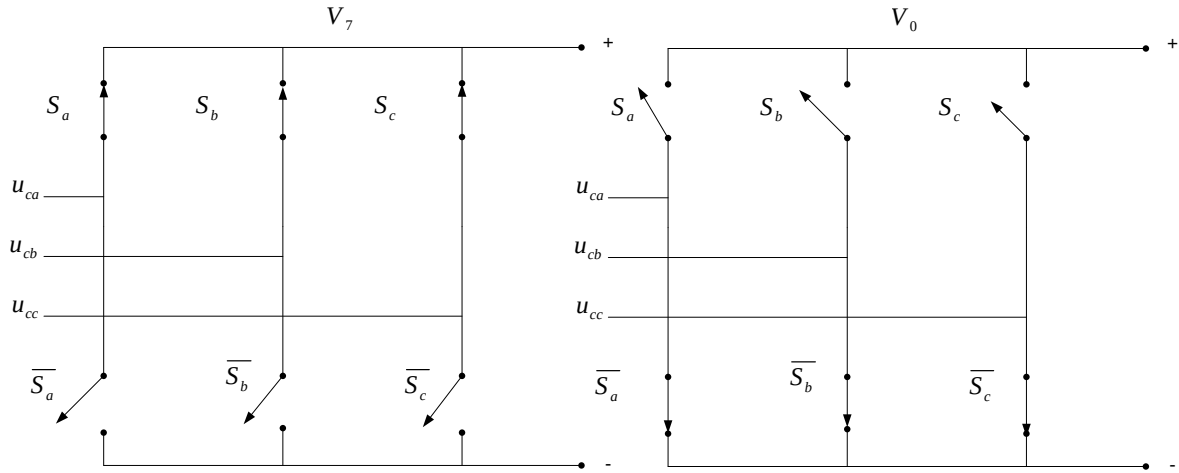


Figure (I.8) : Etats de commutation possible d'un redresseur triphasé

L'ouverture et la fermeture des interrupteurs du redresseur montré dans la figure (I.8) dépendent de l'état des signaux de commande (S_a, S_b, S_c), comme ils sont définis ci-dessous :

$$S_a = \begin{cases} 1 & T_1 \text{ fermé } T_4 \text{ ouvert} \\ 0 & T_1 \text{ ouvert } T_4 \text{ fermé} \end{cases}$$

$$S_b = \begin{cases} 1 & T_2 \text{ fermé } T_5 \text{ ouvert} \\ 0 & T_2 \text{ ouvert } T_5 \text{ fermé} \end{cases}$$

$$S_c = \begin{cases} 1 & T_3 \text{ fermé } T_6 \text{ ouvert} \\ 0 & T_3 \text{ ouvert } T_6 \text{ fermé} \end{cases}$$

I.7. Modèle dans le repère (abc)

L'équation de la tension par phase du redresseur triphasé illustré dans la figure (I.5) est donnée par :

$$\bar{e} = R\bar{i} + L\frac{d\bar{i}}{dt} + \bar{u}_c \quad (\text{I.16})$$

La forme matricielle de l'équation (I.16) et comme suit :

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + L \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{ca} \\ u_{cb} \\ u_{cc} \end{bmatrix} \quad (\text{I.17})$$

L'équation du coté continu du redresseur est :

$$C \frac{dV_{dc}}{dt} = I_{rd} - I_{ch} \quad (\text{I.18})$$

Le courant redressé est donné par :

$$I_{rd} = \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (I.19)$$

Où :

(e_a, e_b, e_c) : Les tensions du réseau.

(i_a, i_b, i_c) : Les courants de ligne.

(u_{ca}, u_{cb}, u_{cc}) : Les tensions à l'entrée du redresseur.

(S_a, S_b, S_c) : Les états des interrupteurs.

Le modèle du redresseur dans le repère (abc) est obtenu, en remplaçant l'expression (I.14) dans (I.17) et (I.18). Il en résulte l'équation suivante :

$$\begin{cases} L \frac{di_a}{dt} = e_a - \frac{2S_a - S_b - S_c}{3} V_{cd} - Ri_a \\ L \frac{di_b}{dt} = e_b - \frac{2S_b - S_a - S_c}{3} V_{cd} - Ri_b \\ L \frac{di_c}{dt} = e_c - \frac{2S_c - S_a - S_b}{3} V_{dc} - Ri_c \\ C \frac{dV_{dc}}{dt} = (S_a i_a + S_b i_b + S_c i_c) - i_{ch} \end{cases} \quad (I.20)$$

I.7.1. Modèle dans le repère (α, β)

Pour rendre le modèle du redresseur sous une forme plus simplifiée on utilise la théorie de transformation d'espace de vecteurs du système triphasé au système biphasé virtuel. Ce qui donne :

$$\begin{cases} L \frac{di_\alpha}{dt} = e_\alpha - Ri_\alpha - u_{c\alpha} \\ L \frac{di_\beta}{dt} = e_\beta - Ri_\beta - u_{c\beta} \\ C \frac{dV_{dc}}{dt} = S_\alpha i_\alpha + S_\beta i_\beta - i_{ch} \end{cases} \quad (I.21)$$

Où les tensions sont exprimées par :

$$\begin{bmatrix} u_{c\alpha} \\ u_{c\beta} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{ca} \\ u_{cb} \\ u_{cc} \end{bmatrix} \quad (I.22)$$

Et :

$$\begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} E_m \begin{bmatrix} \cos \omega t \\ \sin \omega t \end{bmatrix} \quad (\text{I.23})$$

Les courants sont également exprimés par :

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (\text{I.24})$$

En remplaçant (I.14) dans (I.22) on obtient :

$$\begin{cases} u_{c\alpha} = S_\alpha V_{dc} \\ u_{c\beta} = S_\beta V_{dc} \end{cases} \quad (\text{I.25})$$

Avec :

$$\begin{aligned} S_\alpha &= \frac{1}{\sqrt{6}} [2S_a - S_b - S_c] \\ S_\beta &= \frac{1}{\sqrt{2}} [S_b - S_c] \end{aligned} \quad (\text{I.26})$$

I.7.2. Calcul des puissances instantanées dans le repère (α, β)

La puissance active instantanée est définie par le produit scalaire entre les courants et les tensions de ligne. Par contre, la puissance réactive est définie par le produit vectoriel entre eux.

La puissance apparente complexe $\bar{S}$ peut être exprimée par [14] :

$$\begin{aligned} \bar{S} &= p + jq \\ \bar{S} &= e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c + j \frac{1}{\sqrt{3}} [(e_b - e_a) i_a + (e_c - e_a) i_b + (e_a - e_b) i_c] \end{aligned} \quad (\text{I.27})$$

Les tensions dans le référentiel $(a.b.c)$ sont données par :

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{I.28})$$

Pour les courants :

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{I.29})$$

En remplaçant (I.28) et (I.29) dans (I.27) on obtient :

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\alpha & e_\beta \\ e_\beta & -e_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{I.30})$$

Sur le coté continu, on a :

$$\begin{aligned} p &= V_{dc} I_{rd} \\ I_{rd} &= S_\alpha i_\alpha + S_\beta i_\beta \end{aligned} \quad (\text{I.31})$$

De (I.30) et (I.31), le courant redressé est calculé par :

$$I_{rd} = \frac{e_\alpha i_\alpha + e_\beta i_\beta}{V_{dc}} \quad (\text{I.32})$$

Le modèle d'état du redresseur *PWM* triphasé dans les coordonnées stationnaires est obtenu, en remplaçant l'équation (I.32) dans (I.21):

$$\begin{cases} L \frac{di_\alpha}{dt} = e_\alpha - Ri_\alpha - u_{c\alpha} \\ L \frac{di_\beta}{dt} = e_\beta - Ri_\beta - u_{c\beta} \\ C \frac{dV_{dc}}{dt} = \frac{e_\alpha i_\alpha + e_\beta i_\beta}{V_{dc}} - I_{ch} \end{cases} \quad (\text{I.33})$$

I.7.3. Modèle dans le repère (d, q)

La transformation du système biphasé (I.21) dans le repère (*d, q*) nécessite l'application de la matrice de rotation suivante :

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{I.34})$$

Où *x* peut être une tension ou un courant

Le modèle du redresseur PWM dans le repère tournant (d,q) devient donc:

$$\begin{cases} L \frac{di_d}{dt} = e_d - Ri_d - u_{cd} + L \omega i_q \\ L \frac{di_q}{dt} = e_q - Ri_q - u_{cq} - L \omega i_d \\ C \frac{dV_{dc}}{dt} = S_d i_d + S_q i_q - i_{ch} \end{cases} \quad (I.35)$$

Les deux composantes de la tension à l'entrée du redresseur en fonction de S_d et S_q sont calculées en remplaçant l'équation (I.25) dans (I.35), ce qui donne :

$$\begin{cases} u_{cd} = S_d V_{dc} \\ u_{cq} = S_q V_{dc} \end{cases} \quad (I.36)$$

Avec :

$$\begin{aligned} S_d &= S_\alpha \cos \theta + S_\beta \sin \theta \\ S_q &= S_\beta \cos \theta - S_\alpha \sin \theta \end{aligned} \quad (I.37)$$

Les tensions sont transformées par :

$$\begin{bmatrix} u_{cd} \\ u_{cq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{c\alpha} \\ u_{c\beta} \end{bmatrix} \quad (I.38)$$

Et :

$$\begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} \quad (I.39)$$

L'équation (I.39) peut être simplifiée en cas d'égalité de l'angle θ et l'angle de rotation dans le repère (d, q) comme le montre la figure (I.9). En effet, En remplaçant l'équation (I.23) dans (I.39), il vient :

$$\begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}} E_m \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{e_\alpha^2 + e_\beta^2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (I.40)$$

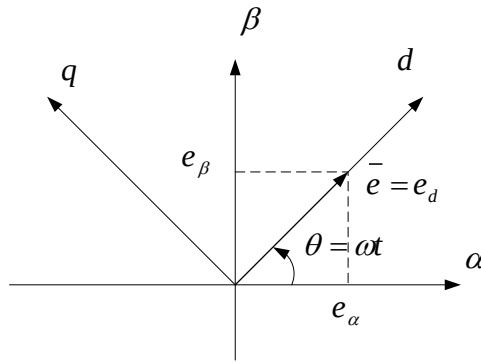


Figure (I.9) : Diagramme vectoriel de la tension du réseau

Les deux composantes du courant sont calculés par :

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{I.41})$$

I.7.4. Calcul des puissances instantanées dans le repère (d, q)

Les relations entre les tensions et les courants dans les deux repères (α, β) et (d, q) sont exprimées par :

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} \quad (\text{I.42})$$

Pour les courants :

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (\text{I.43})$$

Pour les tensions :

$$\begin{bmatrix} e_\alpha \\ e_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} \quad (\text{I.44})$$

$$\begin{bmatrix} u_{c\alpha} \\ u_{c\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{cd} \\ u_{cq} \end{bmatrix} \quad (\text{I.45})$$

En remplaçant (I.45), (I.44) et (I.43) dans (I.30) on trouve :

$$\begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_d & e_q \\ e_q & -e_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (\text{I.46})$$

Le courant redressé dans le repère (d, q) est donné par :

$$I_{rd} = \frac{e_d i_d + e_q i_q}{V_{dc}} \quad (\text{I.47})$$

En remplaçant (I.47) dans (I.34) on obtient:

$$\begin{cases} L \frac{di_d}{dt} = e_d - Ri_d - u_{cd} + L\omega i_q \\ L \frac{di_q}{dt} = e_q - Ri_q - u_{cq} - L\omega i_d \\ C \frac{dV_{dc}}{dt} = \frac{e_d i_d + e_q i_q}{V_{dc}} - I_{ch} \end{cases} \quad (\text{I.48})$$

I.8. Dimensionnement des filtres d'entrée et de sortie

I.8.1. Dimensionnement du filtre d'entrée

L'impédance interne du réseau n'est jamais nulle. La ligne de transport est de nature inductive. Or, le redresseur se comporte comme un générateur de tensions harmoniques qui créent des courants harmoniques via l'impédance du réseau que l'on considèrera, dans le spectre des hautes fréquences, comme une inductance pure L (figure (I.10), $R = 0$). Toute propagation de ces courants harmoniques produit sur le réseau des chutes de tensions et augmente les pertes dans la ligne [3].

Il est donc souvent nécessaire d'atténuer l'amplitude de ces courants par l'utilisation d'un filtre placé au plus près du redresseur. La valeur de l'inductance d'entrée résulte d'un compromis entre :

- La minimisation de la chute de tension à la fréquence du réseau ;
- La minimisation de l'ondulation du courant absorbé par le redresseur à la fréquence de découpage.

Chute de tension à la fréquence du réseau

La chute de tension maximale U_{lmax} impliquera une valeur maximale de l'inductance L_{max} . Il suffit donc que l'inductance respecte la condition suivante :

$$L_{\max} = \frac{U_{l\max}}{\omega I} \quad (\text{I.49})$$

Le courant sera maximum pour un facteur de puissance unitaire, il vient donc :

$$I = \frac{P_{ch}}{3E_{eff}} \quad (\text{I.50})$$

E_{eff} : la valeur efficace de la tension du réseau.

I : la valeur efficace du courant nominal.

P_{ch} : la puissance nominale consommée par la charge.

Ondulation du courant a la fréquence de découpage

A hautes fréquences, nous pouvons considérer que, sur une période de découpage, la tension du réseau est constante [1], noté comme: $e = e_0$.

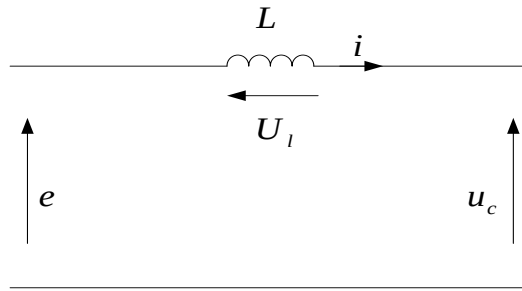


Figure (I.10) : Filtre d'entrée d'une phase du réseau

D'après la figure (I.10), la chute de tension dans l'inductance peut être exprimée comme suit:

$$u_l = e_0 - u_c \quad (\text{I.51})$$

La valeur moyenne de la tension du réseau sur une période de découpage est donnée par:

$$\frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} e \, dt = \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} u_l \, dt + \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} u_c \, dt \quad (\text{I.52})$$

Puisque la valeur moyenne de la tension aux bornes de l'inductance est nulle, alors :

$$e_0 = \frac{1}{T_s} \int_0^{\alpha T_s} \frac{2V_{dc}}{3} dt = \frac{2\alpha}{3} V_{dc} \quad (\text{I.53})$$

D'autre part, l'ondulation du courant est liée à la tension instantanée à l'entrée du redresseur u_c . Dans la figure (I.11), l'ondulation est tracée pour la valeur instantanée maximale de u_c soit $u_{c\max} = 2V_{dc}/3$; comme elle est indiquée dans le tableau (I.1).

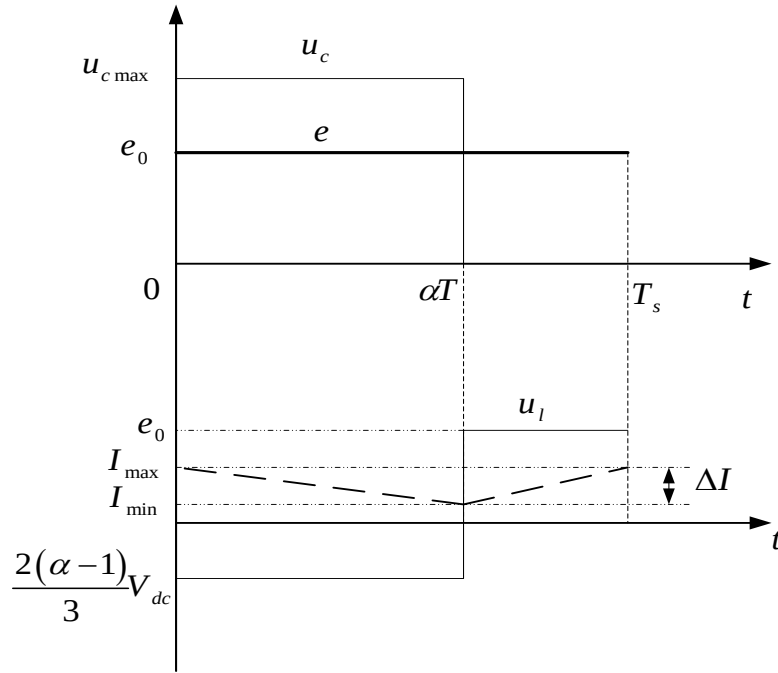


Figure (I.11) : Ondulation du courant pendant une période de commutation

L'ondulation du courant est calculée par l'expression suivante :

$$\Delta I = \frac{2V_{dc}(1-\alpha)\alpha T_s}{3L} \quad (\text{I.54})$$

L'ondulation du courant sera maximale pour $\alpha = 1/2$. Dans ce cas, la valeur de l'inductance minimale est donnée par :

$$L_{\min} = \frac{V_{dc}T_s}{6\Delta I_{\max}} \quad (\text{I.55})$$

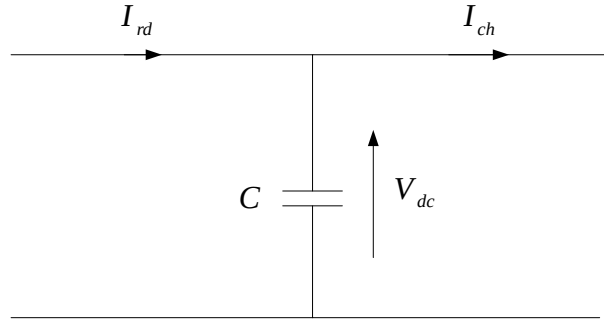
Finalement, on doit choisir une valeur pour l'inductance entre les deux valeurs extrêmes $L_{\min}$ et de $L_{\max}$. Pour notre cas, on a :

$$T_s = 10^{-4} \text{ s}, p_{ch} = \frac{V_{dc}^2}{R_{chn}}, R_{chn} = 100 \Omega, V_{dc} = 600 \text{ V}, E_{eff} = 220 \text{ V}, \Delta I_{\max} = 13.5\% I_m, U_{l\max} = 8.5\% E_{eff}$$

A partir des données ci-dessus on trouve : $L_{\min} = 9.5 \text{ mH}$ et $L_{\max} = 11 \text{ mH}$, alors que la valeur de l'inductance choisie est $L = 10 \text{ mH}$.

I.8.2. Dimensionnement du filtre de sortie

Le condensateur a une importance capitale dans le montage du fait qu'il stocke l'énergie nécessaire pour le système. Par conséquent, la conception de ce composant dépendra de l'application et aura habituellement un effet significatif sur le poids, la taille et le coût final [1].

**Figure (I.11) : Filtre de sortie**

Le courant dans le condensateur est donné par :

$$C \frac{dV_{dc}}{dt} = I_{rd} - I_{ch} \quad (I.56)$$

Considérant l'énergie stockée dans le condensateur donnée par :

$$w = \frac{1}{2} C V_{dc}^2 \quad (I.57)$$

La variation de l'énergie peut être exprimée comme :

$$\frac{dw}{dt} = C V_{dc} \frac{dV_{dc}}{dt} \quad (I.58)$$

Tenant compte de cette expression (I.58) et multipliant (I.56) par V_{dc} , il est possible d'obtenir l'équation d'équilibre des puissances suivante :

$$\frac{dw}{dt} = p_c - p_{ch} = \Delta p \quad (I.59)$$

Avec :

p_c : la puissance active à la sortie du redresseur.

p_{ch} : la puissance active consommée par la charge.

A partir des équations (I.58), (I.59) et pour une variation maximale de la tension continue $\Delta V_{dc \max}$, la valeur du condensateur peut être approchée comme suit:

$$C \geq \frac{\Delta p \Delta t}{\Delta V_{dc \max} V_{dc}} \quad (I.60)$$

Où Δt : est le retard du temps requis par la commande pour ajuster la puissance sortante p_{ch} à la nouvelle puissance entrante p_c .

Pour notre cas nous avons choisi:

$$\Delta p_{ch} = 5\% p_{ch}, \Delta V_{dc\max} = 5\% V_{dc}, V_{dc} = 600V$$

Pour $\Delta t = 0.2s$, on trouve : $C \geq 2mF$

La valeur de la capacité adoptée de notre application est $C = 5mF$.

I.9. Conclusion

L'énergie électrique, principalement produite et distribuée sous forme de tensions triphasées sinusoïdales, permet de fournir la puissance électrique nécessaire aux différentes charges sur le réseau électrique. Lorsque la forme d'onde n'est plus sinusoïdale, on rencontre des perturbations qui peuvent affecter le bon fonctionnement de nombreux équipements et de charges raccordés sur le réseau. Dans ces conditions, des problèmes de compatibilité électromagnétique peuvent survenir entre ces éléments connectés au réseau.

Après avoir montré influences des perturbations harmoniques sur les réseaux de distribution, nous avons présenté un moyen de les réduire. La solution adoptée, dans ce travail, est le recours au redresseur contrôlé par la technique de commande *PWM*.

Dans ce chapitre, nous avons penché particulièrement sur le redresseur *PWM* triphasé de courant. En effet, le modèle mathématique du redresseur en question a été développé. Ce modèle sera de grande utilité pour la conception des algorithmes de commande dans les prochains chapitres.